МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ПРИНЯТО
На заседании кафедры дифференциальных уравнений факультета математики и информационных технологий
Протокол от «14» декабря 2022г. № 5

Зав. кафедрой _____________ / Юмагулов М.Г.

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебно-методической работе

_____________ Галимханов А.Б.
м.п.
«28» декабря 2022 г.

УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ

ПРОГРАММА
вступительного экзамена по научной специальности
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Разработчик:
_____________________ / д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой, Юмагулов М.Г.

Уфа – 2022

Общие требования

Данная программа представляет собой перечень тем, список вопросов, список литературы по математике для сдачи вступительного экзамена по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика в аспирантуру факультета математики и информационных технологий Уфимского университета науки и технологий. Программа предполагает наличие у поступающих хорошо развитого математического мышления и математической культуры, прочно усвоенные знания по базовым математическим дисциплинам, указанным в темах данной программы, а также уверенные навыки по доказательству математических теорем, умения применять математический аппарат для исследования математических моделей в механике. Приветствуется знания, выходящие за рамки описанной программы, представление о круге специальной литературы и современной периодики по теме предполагаемой будущей диссертации.

Темы вступительных экзаменов

Дифференциальные уравнения

1. Понятие дифференциального уравнения и его решения. Геометрическая интерпретация решений: интегральные кривые, поле направлений, изоклины. Понятие общего решения и общего интеграла дифференциального уравнения. Частное решение.

2. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка, системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения n-го порядка. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Сведение задачи Коши для нормальной системы ДУ к задаче существования единственного непрерывного решения соответствующего интегрального уравнения.

3. Теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных данных и параметров.

4. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения вида $x' = f(x,t)$. Уравнения в полных дифференциалах вида $\mathrm{P}(x,t)dx + \mathrm{Q}(x,t)dt = 0$.

5. Линейные уравнения первого порядка вида$x' = a(t)x + b(t)$. Общее решение линейного однородного уравнения. Общее решение линейного неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.

6. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка вида $x^{(n)} + a_1(t)x^{(n-1)} + +a_2(t)x^{(n-2)} + \cdots + a_{n-1}(t)x' + a_n(t)x = f(t)$. Фундаментальная система решений однородного линейного уравнения.

7. Общее решение однородного и неоднородного линейного уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

8. Функции от матриц и их вычисление. Матричная экспонента e^{At}.

9. Линейные системы дифференциальных уравнений $x' = A(t)x + f(t)$. Фундаментальная система решений и фундаментальная матрица решений однородной системы $x' = A(t)x$.

10. Формулы общего решения однородной $x' = Ax$ и неоднородной системы$x' = Ax + f(t)$дифференциальных уравнений с постоянной матрицей A.

11. Краевые задачи для дифференциальных уравнений. Разрешимость краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод функции Грина. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка.

12. Автономные уравнения и системы. Свойства автономных систем. Траектории автономных систем. Точки равновесия (особые точки) и периодические решения (циклы) автономных систем.

13. Фазовые пространства и фазовые портреты автономных систем. Фазовое поле скоростей. Фазовые портреты автономных уравнений первого порядка.

14. Фазовые портреты линейных автономных систем второго порядка $x' = Ax$. Классификация особых точек на плоскости: узел, седло, фокус, центр. Фазовые портреты нелинейных автономных систем второго порядка в окрестности особой точки. Линеаризованное уравнение.

15. Понятие устойчивости по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Асимптотическая устойчивость.

16. Признаки устойчивости нулевой точки равновесия линейных автономных систем $x' = Ax$.

17. Устойчивость по первому приближению. Признаки устойчивости точек равновесия нелинейных автономных систем $\mathrm{x}' = \mathrm{f}(\mathrm{x})$.

18. Исследование устойчивости решений систем ДУ с помощью функций Ляпунова. Определение производной функции в силу данной системы ДУ. Теоремы Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости

19. Устойчивые матрицы и многочлены. Теорема Стодола. Критерий Рауса-Гурвица.

20. Основы численных методов решения задачи Коши. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутта.

21. Понятие динамической системы. Примеры динамических систем: модель Мальтуса, модель Ферхюльста, модель «хищник-жертва», модель математического маятника.

22. Первые интегралы систем обыкновенных дифференциальных уравнений; интегральные поверхности. Связь с дифференциальными уравнениями с частными производными первого порядка. Характеристики; связь характеристик с решениями. Задача Коши для дифференциального уравнения с частными производными. Теорема об общем решении однородного ДУ в частных

производных первого порядка. Интегрирование линейных неоднородных ДУ в частных производных первого порядка.

23. Интегральные уравнения с непрерывным ядром. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений. Интегральные уравнения с эрмитовым ядром. Теорема Гильберта-Шмидта. Ряд Неймана.

Рекомендуемая литература: см. [12] - [17].

Уравнения математической физики

1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация.

2. Теорема Коши-Ковалевской; понятия характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными.

3. Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Постановка основных задач, их физическая интерпретация. Существование и единственность решения задачи Коши для уравнения колебаний неограниченной струны. Метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье.

4. Уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле.

5. Связь гармонических функций двух переменных с аналитическими функциями комплексного переменного. Теоремы о среднем. Принцип максимума, теорема о среднем, лемма о нормальной производной.

6. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.

7. Классические решения основных краевых задач. Обобщенные решения краевых задач.

8. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач. Пример Адамара

Рекомендуемая литература: см. [22] - [25].

Математический анализ

1. Топология на R; предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывные функции, свойства непрерывных функций; точки разрыва;непрерывность сложной функции; теоремы Больцано - Коши, Вейерштрасса, Кантора; равномерная непрерывность функции.

2. Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши; формула Тейлора; применение дифференциального исчисления к исследованию функций.

3. Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.

4. Определенный интеграл Римана: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва; свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении; существование первообразной от непрерывной функции; формула Ньютона-Лейбница.

5. Функции многих переменных: предел, непрерывность; свойства непрерывных функций; дифференциал и частные производные; производная по направлению; градиент; дифференцирование сложных функций; формула Тейлора; экстремум; матрица Якоби и якобиан; теоремы о неявных функциях.

6. Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана.

7. Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды.

8. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости; интегралы, зависящие от параметра.

9. Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; интеграл Фурье и преобразование Фурье.

10. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; механические и физические приложения двойных интегралов.

11. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути.

12. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».

Рекомендуемая литература: см. [1] - [5]

Алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия

1. Системы линейных уравнений; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; определители, их свойства и применение к исследованию и решению систем линейных уравнений.

2. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы; билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; положительно определенные квадратичные формы; ортонормированные базисы и ортогональные дополнения.

3. Линейные пространства и линейные операторы. Линейные операторы в конечномерных линейных пространствах. Матрица линейного оператора. Комплексификация линейного пространства.

4. Спектр линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Собственные и корневые подпространства. Простые, полупростые и неполупростые собственные значения. Жорданова форма матрицы. Спектральное разложение линейного оператора.

5. Векторы: векторы, операции с векторами; линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл; базис и координаты; скалярное произведение векторов; переход от одного базиса к другому; ориентация; ориентированный объем параллелепипеда; векторное и смешанное произведения векторов.

6. Прямая линия и плоскость: системы координат; переход от одной системы координат к другой; уравнение прямой линии на плоскости и плоскости в пространстве; взаимное расположение прямых на плоскости и плоскостей в пространстве; прямая в пространстве.

7. Линии второго порядка: квадратичные функции на плоскости и их матрицы; ортогональные матрицы и преобразования прямоугольных координат;

ортогональные инварианты квадратичных функций; приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду.

8. Геометрические объекты: кривые, способы задания. Кривизна плоских кривых, пространственные кривые, репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой, эволюта и эвольвента.

9. Поверхности способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности, кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства.

Рекомендуемая литература: [6] - [10].

Функциональный анализ

1. Метрические и топологические пространства. Компактные и предкомпактные множества в метрических пространствах. Критерии Хаусдорфа и Гейне-Бореля компактности множества.

2. Мера и интеграл Лебега.

3. Банаховы пространства: определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах;

4. Линейные операторы в банаховых пространствах; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе;

5. Компактные операторы. Теоремы Фредгольма

6. Гильбертовы пространства. Теорема о проекциях и общий вид линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.

7. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах;

8. Основные пространства гладких функций. Пространство обобщенных функций;

Рекомендуемая литература: см. [11, 18].

Теория функций комплексного переменного

1. Комплексные числа. Функции комплексного переменного и отображения множеств.

2. Элементарные функции комплексного переменного.

3. Интеграл по комплексному переменному.

4. Интегральная теорема Коши. Интеграл Коши: интегральная формула Коши;

5. Аналитические функции. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных.

6. Последовательности и ряды аналитических функций в области.

7. Разложение аналитической функции в степенной ряд

8. Теорема единственности и принцип максимума модуля: нули аналитической функции, порядок нуля; теорема единственности для аналитических функций.

9. Ряд Лорана

10. Гармонические функции на плоскости

Рекомендуемая литература: см. [19] - [21]

Вариационное исчисление и методы оптимизации

1. Элементы дифференциального исчисления и выпуклого анализа; гладкие задачи с равенствами и неравенствами; правило множителей Лагранжа;

2. Задачи линейного программирования и проблемы экономики; теорема двойственности; классическое вариационное исчисление; уравнение Эйлера; условия второго порядка Лежандра и Якоби;

3. Задачи классического вариационного исчисления с ограничениями; необходимые условия в изопериметрической задаче и задаче со старшими производными; классическое вариационное исчисление и естествознание;

4. Оптимальное управление; принцип максимума Понтрягина; оптимальное управление и задачи техники; методы решения задач линейного программирования; симплекс-метод; методы решения задач без ограничения; градиентные методы; метод Ньютона; методы сопряженных направлений;

5. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.

Рекомендуемая литература: см. [26] - [29].

Методы вычислений

1. Введение в численные методы; постановка задачи интерполяции;

2. Процесс ортогонализации Шмидта; рекуррентная формула для вычисления ортогональных многочленов; сплайны

3. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса, Гаусса, составные квадратурные формулы.

4. Численное дифференцирование.

5. Основные задачи линейной алгебры, метод Гаусса; метод простой итерации; метод наискорейшего градиентного спуска; метод Зейделя; методы решения нелинейных уравнений (метод бисекций, метод простой итерации и метод Ньютона); метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши дляОДУ, метод Эйлера и его модификации,

7. Методы Рунге-Кутта; конечно-разностные методы, понятие об аппроксимации, исследование свойств конечно-разностных схем на модельных примерах;

8. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость; аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей краевой задачи дляОДУ второго порядка; метод конечных элементов; простейшие разностные схемы для уравнения переноса, разностные схемы для уравнения теплопроводности; разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность; методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнения Пуассона (метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации);

9. Численные методы решения интегральных уравнений второго рода; метод регуляризации решения интегральных уравнений первого рода.

Рекомендуемая литература: см. [30] - [31].

Список экзаменационных вопросов

1. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости Даламбера, Коши и сравнения для положительных рядов, признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.

2. Предел функции одной переменной в точке. Непрерывность функции одной переменной в точке. Непрерывность функции одной переменной на отрезке и на интервале. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях: теоремы Больцано - Коши, Вейерштрасса, Кантора.

3. Дифференцируемость функции в точке. Функции, дифференцируемые на интервале и их свойства: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.

4. Непрерывность и дифференцируемость функции многих переменных в точке и в области. Частные производные. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью частных производных.

5. Производные функции по направлению, градиент. Необходимые и достаточныеусловия экстремума функции одной и многих переменных.

6. Формула Тейлора для функций одной и многих переменных.

7. Неявные функции, теорема о неявной функции. Производные неявной функции.

8. Определенный интеграл Римана, критерии интегрируемости. Простейшие свойства интеграла Римана. Формула Ньютона - Лейбница.

9. Интегрирование в многомерных пространствах. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Стокса.

10. Дифференцируемость функции комплексного переменного в точке. Аналитические функции. Условие Коши - Римана. Элементарные функции комплексногопеременного и их производные.

11. Интеграл по кривой от аналитической функции, теорема Коши, интегральная формула Коши, разложение в степенной ряд аналитических функций. Степенные ряды элементарных функций комплексного переменного.

12. Ряды Лорана, классификация изолированных особых точек. Вычеты и основная теорема о вычетах. Применение вычетов для вычисления несобственных интегралов.

13. Метрические пространства. Компактные и предкомпактные множества в метрических пространствах. Критерии Хаусдорфа и Гейне-Бореля компактности множества.

14. Линейные нормированные пространства. Линейные функционалы и операторы в ЛНП. Норма линейного непрерывного оператора и теорема Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала с сохранением нормы.

15. Гильбертово пространства. Теорема о проекциях и общий вид линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.

16. Ряды Фурье в функциональных гильбертовых пространствах. Сходимость в среднем. Условия сходимости в точке и равномерная сходимость.

17. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка, системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения n-го порядка. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши.

18. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка вида $x^{(n)} + a_1(t)x^{(n-1)} + +a_2(t)x^{(n-2)} + \cdots + a_{n-1}(t)x' + a_n(t)x = f(t)$. Фундаментальная система решений однородного линейного уравнения. Общее решение однородного и неоднородного линейного уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

19. Линейные системы дифференциальных уравнений $x' = A(t)x + f(t)$. Фундаментальная система решений и фундаментальная матрица решений однородной системы $x' = A(t)x$.

20. Автономные уравнения и системы. Свойства автономных систем. Траектории автономных систем. Точки равновесия (особые точки) и периодические решения (циклы) автономных систем. Фазовые пространства и фазовые портреты автономных систем.

21. Фазовые портреты линейных автономных систем второго порядка $x' = Ax$. Классификация особых точек на плоскости: узел, седло, фокус, центр. Фазовые портреты нелинейных автономных систем второго порядка в окрестности особой точки. Линеаризованное уравнение.

22. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Асимптотическая устойчивость.

23. Признаки устойчивости нулевой точки равновесия линейных автономных систем $x' = Ax$.Устойчивость по первому приближению. Признаки устойчивости точек равновесия нелинейных автономных систем $\mathrm{x}' = \mathrm{f(x)}$.

24. Классификации уравнений с частными производными второго порядка с постоянными коэффициентами и с двумя независимыми переменными.

25. Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Постановка основных задач, их физическая интерпретация. Существование и

единственность решения задача Коши для уравнения колебаний неограниченной струны.

26. Задача о колебаниях струны с закрепленными концами. Построение ее решения методом Фурье.

27. Уравнение теплопроводности. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Вывод формулы Пуассона.

28. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Методы решения СЛАУ.

29. Конечномерные линейные пространства. Размерность линейного пространства. Базис в линейном пространстве. Евклидово пространство. Скалярное произведение и норма в евклидовом пространстве.

30. Линейные операторы в конечномерных линейных пространствах и их матрицы. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные вектора и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

31. Выпуклые множества и экстремальные свойства выпуклых функций.

32. Постановка задач вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

Литература

1. Л.Д.Кудрявцев: Курс математического анализа. В 3-х томах, - М.: Дрофа, 2003-2006.
2. Г.М.Фихтенгольц: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах, - М.: Физматлит, 2001.
3. А.Г.Курош: Курс высшей алгебры, - СПб.: Лань, 2008.
4. А.И.Кострикин: Введение в алгебру, в 3 частях, - М.: Изд-во МЦНМО, 2009.
5. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк: Аналитическая геометрия, - М.: ФизМатЛит,2012.
6. Р.А.Шарипов: Курс аналитической геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ,2010.

7. И.М.Гельфанд: Лекции по линейной алгебре, - М.: Добросвет, 2009.

8. Р.А.Шарипов: Курс линейной алгебры и многомерной геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 1996. http://www.freetextbooks.narod.ru/r4-b2.htm 67

9. Э.Г.Позняк, Е.В.Шикин: Дифференциальная геометрия, - М.: Эдиториал УРСС, 2003.

10. Р.А.Шарипов: Курс дифференциальной геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 1997. http://www.freetextbooks.narod.ru/r4-b3.htm

11. Р.С.Юлмухаметов, В.И.Луценко, Н.Ф.Абузярова, И.С.Галимов: Теория множеств, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2012.

12. В.И.Арнольд: Обыкновенные дифференциальные уравнения, - М.: Наука, 2010.

13. А.Ф.Филиппов: Введение в теорию дифференциальных уравнений, -М.: Едиториал УРСС, 2011.

14. М.Г.Юмагулов: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения, - М., Ижевск: Изд-во РХД, 2008.

15. М.Г.Юмагулов: Введение в теорию динамических систем. Учебное пособие, - СПб.: Издательство «Лань», 2015, 272 с.

16. М.Г.Юмагулов, Л.С.Ибрагимова, А.С.Белова: Методы спектральной теории в приложениях к дифференциальным уравнениям: учебное пособие, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2020, 120 с.

17. Я.Т.Султанаев, О.Г.Гайдамак: Обыкновенные дифференциальные уравнения, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2007.

18. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин: Элементы теории функций и функционального анализа, - М.: Физматлит, 2009.

19. М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат: Методы теории функций комплексногопеременного, - СПб.: Лань, 2002.

20. А.И.Маркушевич: Теория аналитических функций. В 2-х томах, -СПб.: Лань, 2009.

21. Б.В.Шабат: Введение в комплексный анализ. В 2 частях, - СПб.:Лань, 2004. 68

22. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский: Уравнения математической физики, -М.: Изд-во МГУ, 2009.

23. В.С.Владимиров, В.В.Жаринов: Уравнения математической физики,- М.: Физматлит, 2004.

24. А.В.Жибер, Г.З.Мухаметова, Н.А.Сидельникова: Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2010.

25. В.А. Байков, А.В. Жибер. Уравнения математической физики. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 256 с.

26. Э.М.Галеев: Оптимизация. Теория, примеры, задачи, - М.: КомКнига, 2006, Либроком, 2010.

27. А.Г.Сухарев, А.В.Тимохов, В.В.Федоров: Курс методов оптимизации, - М.: ФизМатЛит, 2005,

28. Ф.П.Васильев: Численные методы решения экстремальных задач, М.: Наука, 1988.

29. В.Г.Карманов: Математическое программирование, - М.: ФизМат-Лит, 2004, 2008, 2011.

30. А.А.Самарский, А.В.Гулин: Численные методы, - М.: Наука, 1989.

31. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков: Численные методы, - М.:Бином, 2003.

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана факультета математики и информационных технологий — О.А. Кривошеева