

Белогрудов Александр Николаевич

УГАТУ

доцент кафедры специальных глав математики

Текстовые задачи экономического типа

2016г.

Типы рассматриваемых задач:

- дискретные экономические модели (банковский процент, вклады и кредиты);
- непрерывные модели (оптимизационные задачи).

Ресурсы:

<http://alexlarin.net/>

<http://reshuege.ru/>

Задачи на банковский процент. Аннуитентные(равные) платежи.

Пример 1. (Типовые тестовые задания по математике, под ред. И.В. Ященко. 2015 г.) 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Вспомогательные формулы:

Изменение суммы долга:

$$S, \quad 1,2S, \quad 1,2S - P, \quad 1,2(1,2S - P), \quad \dots \quad 1,2(1,2S - P) - P, \\ 1,2(1,2(1,2S - P) - P), \quad 1,2(1,2(1,2S - P) - P) - P$$

Задачи на банковский процент. Дифференцированные платежи.

Пример 2. (ЕГЭ-2015) 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Вспомогательные формулы:

Сумма долга: $S, \frac{18}{19}S, \frac{17}{19}S, \dots, \frac{2}{19}S, \frac{1}{19}S$

Проценты и долг: $(1 + \frac{r}{100})S, (1 + \frac{r}{100})\frac{18}{19}S, \dots, (1 + \frac{r}{100})\frac{1}{19}S$

Выплаты: $(\frac{r}{100}S + \frac{1}{19}S), (\frac{r}{100}\frac{18}{19}S + \frac{1}{19}S), \dots, (\frac{r}{100}\frac{1}{19}S + \frac{1}{19}S)$

Задачи на оптимизацию доходов.

Пример 3. (Задание № 509025, reshuege.ru) Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Пример 4. (ЕГЭ-2015) Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Вспомогательные формулы:

Производные элементарных функций $f'(x)$:

степенная функция: $(x^p)' = px^{p-1}$ показательная функция: $(a^x)' = a^x \ln a$

Правила дифференцирования:

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \quad \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

Другие задачи на оптимизацию.

Пример 5. (Задание № 509067, reshuege.ru) Дискретный случай. В 1-е классы поступает 43 человека: 23 мальчика и 20 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 21. После распределения посчитали процент мальчиков в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

Пример 6. (Задание № 512381, reshuege.ru) Непрерывный случай. Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + 2x + 5$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?